

Primer problema de SIMPLEX (incluye un modelo de Wilson).

Los alumnos de 1º de LADE de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de Badajoz deciden constituir una empresa (LADE, S.A.), dedicada a la fabricación de 3 tipos de productos: P1, P2 y P3. Para ello optan por adquirir dos máquinas: la máquina A (que puede fabricar el producto P1 y P2) y la máquina B (válida para elaborar los productos P2 y P3).

P1 será vendido en el mercado a 3 euros, P2 será vendido a 2 euros y P3 a 1 euro. Los productos P1 y P2 se elaboran con la materia prima R. El producto P1 consume 2 kilogramos de dicha materia prima por unidad fabricada; en tanto que el producto P2 requiere 3 kilogramos de R por unidad producida, tanto si utilizamos para su elaboración la máquina A, como si empleamos la máquina B.

La cantidad máxima disponible de materia prima R en esta quincena coincide con el número de kilogramos de dicha materia prima que un proveedor nos ha suministrado esta misma mañana. Para determinar el volumen óptimo de pedido que debíamos requerir de nuestro proveedor hemos aplicado un modelo de Wilson: sabemos que el coste unitario al que nuestro proveedor nos vende la materia prima es de 20 ptas. por kilogramo. La demanda anual es de 150.000 kilogramos. Por cada pedido realizado nuestra empresa incurre en unos gastos administrativos, de transporte y de descarga de 10.000 ptas. El coste de tener un kilogramo de materia prima almacenada durante un año es de 1 pta., en la que ya se incluye el coste financiero de la inmovilización de los recursos.

El producto P3 se elabora con la materia prima Z, de la cual disponemos en cuantía ilimitada. Por otra parte, nuestra empresa desea que la suma de productos P1 y P2 elaborada sea igual a 10.000 unidades. Asimismo se plantea que, como máximo, el 50 por ciento de los beneficios de la empresa procedan del producto P3.

El coste de fabricar el producto P1 es de 1 euro; 0,5 euros fabricar P3 y 1 ó 1,25 euros elaborar P2 según utilicemos la máquina A o B respectivamente.

Teniendo en cuenta todos estos datos, se pide plantear el problema que permita a la empresa decidir el número de productos P1, P2 y P3 a fabricar en esta quincena para obtener el máximo beneficio.

SOLUCION AL PRIMER PROBLEMA DE SIMPLEX

$$\text{Maximizar } Z = 2X_1 + X_2 + 0,75X_3 + 0,5X_4$$

Sujeta a:

$$2X1 + 3X2 + 3X3 \leq 54.772,255$$

$$X1 + X2 + X3 = 10.000$$

$$0,5X4 \leq 0,5 (2X1 + X2 + 0,75X3 + 0,5X4)$$

$$X1, X2, X3, X4 \geq 0$$

Donde:

X1 = Número de unidades de producto P1 elaborado.

X2 = Número de unidades de producto P2 elaborado con la máquina A.

X3 = Número de unidades de producto P2 elaborado con la máquina B.

X4 = Número de unidades de producto P3 elaborado.

H1 = Número de kilogramos de materia prima R no consumida.

H3 = Cantidad de euros en que se tendría que incrementar el beneficio real obtenido por la venta de productos P3 para que el beneficio alcanzado por la comercialización de P3 fuese igual al 50 por ciento de los beneficios totales de la empresa.

Se introducen las variables de holgura:

$$\text{Maximizar } Z = 2X1 + 1X2 + 0,75X3 + 0,5X4 + 0H1 + 0H2$$

Sujeta a:

$$2X1 + 3X2 + 3X3 + 0X4 + H1 = 54.772,255$$

$$X1 + X2 + X3 = 10.000$$

$$-1X1 + -0,5X2 + -0,375X3 + 0,25X4 + H3 = 0$$

$$X1, X2, X3, X4, H1, H3 \geq 0$$

El resultado final será:

Se fabricarán 10.000 unidades de producto P1.

Se elaboraran 40.000 unidades de producto P3.

No se consumirán 34772,25 kilogramos de material prima R

Se obtendrá un beneficio de 40.000 euros.

Segundo problema de SIMPLEX.

La empresa SOS, S.A. dedicada a la fabricación de alarmas y dispositivos de seguridad dispone de 3 talleres (A, B y C), en los cuales se lleva a cabo el proceso productivo del que resultan 3 productos diferentes (P1, P2 y P3). Los precios de venta de cada uno de los 3 productos son, respectivamente, 70, 125 y 80 euros.

El proceso de fabricación de cada productos se realiza en los 3 talleres, debiendo seguir cada uno una secuencia de pasos diferente, que se recoge en las siguientes tablas, indicando el tiempo empleado en cada taller:

P1	A	B	A	C
Tiempo empleado en minutos	3	5	4	2

P2	A	B	A	B	C
-----------	---	---	---	---	---

Tiempo empleado en minutos	2	4	1	5	2
----------------------------	---	---	---	---	---

P3	C	B	A	B
Tiempo empleado en minutos	1	8	7	2

La jornada laboral en cada taller es de 40 horas semanales y se sabe que existe un pedido que hay que cumplir ineludiblemente de 30 unidades de P3 y 6 de P1. Además la empresa se ha fijado como objetivo que las ventas (en unidades) de P1 no superen en más de un 40 por ciento a las ventas de los otros dos productos.

Los costes de fabricación de cada producto son los correspondientes a los componentes X e Y utilizados para el montaje de cada sistema de alarma. El coste unitario de los componentes X e Y es de 10 y 6 euros respectivamente.

Se sabe que el producto P1 requiere 2 unidades de X y 5 de Y. El productos P2 precisa 3 de X y 1 de Y, mientras que el producto P3 sólo requiere 4 unidades del componente X.

Sabiendo que el proveedor que nos suministra el componente Y sólo tiene capacidad para servirnos 350 unidades a la semana, se pide plantear el problema que permita a la empresa decidir qué debe fabricar semanalmente de cada producto para maximizar sus beneficios.

SOLUCION AL SEGUNDO PROBLEMA DE SIMPLEX

$$\text{Maximizar } Z = 20X_1 + 89X_2 + 40X_3$$

Sujeta a:

$$7X_1 + 3X_2 + 7X_3 \leq 2.400$$

$$5X_1 + 9X_2 + 10X_3 \leq 2.400$$

$$2X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 2.400$$

$$X_3 = 30$$

$$X_1 = 6$$

$$X_1 \leq 1,4X_2 + 1,4X_3$$

$$5X_1 + X_2 \leq 350$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Donde:

X_1 = Número de unidades de producto P1 elaborado.

X_2 = Número de unidades de producto P2 elaborado.

X_3 = Número de unidades de producto P3 elaborado.
 H_1 = Número de minutos no trabajados esta semana en el taller A.
 H_2 = Número de minutos no trabajados esta semana en el taller B.
 H_3 = Número de minutos no trabajados esta semana en el taller C.
 H_6 = Número de unidades de P1 que habría que vender por encima de las realmente fabricadas para que las ventas de P1 fuesen un 40 por ciento mayor que la suma de las ventas de los productos de P2 y P3.
 H_7 = Número de unidades de componente Y no consumidos.

Se introducen las variables de holgura:

$$\text{Maximizar } Z = 20X_1 + 89X_2 + 40X_3 + 0H_1 + 0H_2 + 0H_3 + 0H_6 + 0H_7$$

Sujeta a:

$$\begin{array}{rcll}
 7X_1 + 3X_2 + 7X_3 + H_1 & & & = 2.400 \\
 5X_1 + 9X_2 + 10X_3 + H_2 & & & = 2.400 \\
 2X_1 + 2X_2 + 1X_3 + H_3 & & & = 2.400 \\
 0X_1 + 0X_2 + 1X_3 & & & = 30 \\
 1X_1 + 0X_2 + 0X_3 & & & = 6 \\
 1X_1 + -1.4X_2 + -1.4X_3 + H_6 & & & = 0 \\
 5X_1 + 1X_2 + 0X_3 + H_7 & & & = 350 \\
 X_1, X_2, X_3, H_1, H_2, H_3, H_6, H_7 & \geq & & 0
 \end{array}$$

El resultado final será:

Se fabricarán 6 unidades de producto P1.
 Se elaborarán 230 unidades de producto P2.
 Se realizarán 30 unidades de producto P3.
 Existirán 1.458 minutos no trabajados esta semana en el taller A.
 Existirán 1.898 minutos no trabajados esta semana en el taller C.
 Habría que vender 358 unidades de producto P1 por encima de las realmente fabricadas para que las ventas de P1 fuesen un 40 por ciento mayor que la suma de las ventas de los productos de P2 y P3.
 No se consumirán 90 unidades de componente Y.
 Se obtendrá un beneficio de 21.790 euros.

Tercer problema de SIMPLEX.

La empresa PANINI S.A., dedicada a la fabricación de cromos, saca al mercado simultáneamente 3 de estas colecciones: una sobre animales, otra sobre coches y una última sobre jugadores de fútbol.

Para su fabricación dispone de 3 grandes máquinas: La primera de estas máquinas puede fabricar cromos de animales (tiempo de fabricación = 1 minuto) y de coches (tiempo de fabricación = 2 minutos). La segunda de animales (tiempo de fabricación = 2 minutos) y de fútbol (tiempo de fabricación = 3 minutos). Y finalmente la tercera de coches (tiempo de fabricación = 1 minuto) y de fútbol (tiempo de

fabricación = 2 minutos). La primera y la segunda máquina pueden trabajar un máximo de 40 horas semanales y la tercera puede trabajar ininterrumpidamente durante todos los días de la semana.

Cada paquete de cromos, sea de la colección que sea, se venden a 20 ptas. Cada paquete incluye 4 cromos. Cada cromo fabricado con la primera máquina cuesta 1 peseta; 1,25 pesetas si hablamos de la segunda máquina y 1,50 pesetas si nos referimos a la tercera máquina.

PANINI S.A. pretende que los beneficios obtenidos por la venta de cromos de fútbol sean, como máximo, el doble de los alcanzados por la comercialización de los de coches.

Desafortunadamente deficiencias en una partida de botes de tinta ha hecho que se hayan estropeado el 1 por ciento de todos los cromos de coches fabricados, e idéntico porcentaje en los cromos de fútbol y de animales.

Teniendo en cuenta todos estos datos, se pide plantear el problema que permita a la empresa decidir el número de cromos de cada colección que a fabricar para obtener el máximo beneficio posible.

SOLUCION AL TERCER PROBLEMA DE SIMPLEX

Maximizar $Z = 3,95X_1 + 3,7X_2 + 3,95X_3 + 3,45X_4 + 3,7X_5 + 3,45X_6$

Sujeta a:

$$X_1 + 2X_3 \leq 2.400$$

$$2X_2 + 3X_5 \leq 2.400$$

$$X_4 + 2X_6 \leq 10.080$$

$$3,7X_5 + 3,45X_6 \leq 2(3,95X_3 + 3,45X_4)$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0$$

Donde:

X_1 = Número de cromos de animales realizados con la máquina A.

X_2 = Número de cromos de animales realizados con la máquina B.

X_3 = Número de cromos de coches realizados con la máquina A.

X_4 = Número de cromos de coches realizados con la máquina C.

X_5 = Número de cromos de fútbol realizados con la máquina B.

X_6 = Número de cromos de fútbol realizados con la máquina C.

H_1 = Número de minutos no trabajados esta semana por la máquina A.

H_2 = Número de minutos no trabajados esta semana por la máquina B.

H_3 = Número de minutos no trabajados esta semana por la máquina C.

H_4 = Cantidad de pesetas en que se tendría que incrementar el beneficio real obtenido por la venta de cromos de fútbol para que dicho beneficio fuese doble al obtenido por la venta de cromos de coches.

Se introducen las variables de holgura:

Maximizar $Z = 3,95X_1 + 3,7X_2 + 3,95X_3 + 3,45X_4 + 3,7X_5 + 3,45X_6 + 0H_1 + 0H_2 + 0H_3 + 0H_4$

Sujeta a:

$$1X_1 + 0X_2 + 2X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6 + H_1 = 2.400$$

$$0X_1 + 2X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 3X_5 + 0X_6 + H_2 = 2.400$$

$$0X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 1X_4 + 0X_5 + 2X_6 + H_3 = 10.080$$

$$0X_1 + 0X_2 + -7,9X_3 + -6,9X_4 + 3,7X_5 + 3,45X_6 + H_4 = 0$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, H_1, H_2, H_3, H_4 \geq 0$$

El resultado final sera:

Se fabricarán 2.400 cromos de animales con la máquina A.

Se elaborarán 1.200 cromos de animales con la máquina B.

Se realizarán 10.080 cromos de coches con la máquina C.

La cantidad de pesetas en que se tendría que incrementar el beneficio real obtenido por la venta de cromos de fútbol para que el beneficio alcanzado por la venta de cromos de fútbol fuese doble al obtenido por la venta de cromos de coches es 69.552 pesetas.

Se obtendrá un beneficio de 48.696 pesetas.

Cuarto problema de SIMPLEX (incluye un supuesto de productividad).

La empresa TOMATU S.A. se dedica a la fabricación de tres tipos de salsa de tomate: “tomate frito”, “tomate natural” y “tomate triturado”. Cada una de estas salsas se comercializa en envases de cartón, envases de cristal y envases de plástico.

Para su fabricación se emplean 3 máquinas. La primera de estas máquinas puede fabricar “tomate frito”, para lo cual emplea 0,8 horas-maquina por cada kilogramo de tomate procesado. La segunda es válida para la elaboración de “tomate triturado” y de “tomate frito”, empleando 0,2 y 0,7 horas-máquina por kilogramo, respectivamente. La tercera máquina participa en la fabricación de “tomate natural”, para lo cual consume 0,25 horas-maquina por kilogramo. La empresa puede utilizar la primera máquina durante un máximo de 9.600 minutos mensuales. La segunda y la tercera máquina pueden trabajar un máximo de 180 horas al mes cada una de ellas.

En la fabricación de sus tres tipos de salsas la empresa utiliza 3 clases de conservantes: E-202, E-211 y E-745. El consumo unitario de E-202 es de 0,02 kilogramos para el “tomate frito”, 0,04 kilogramos de E-211 para el “tomate natural” y 0,08 kilogramos de E-745 para el “tomate triturado”. TOMATU S.A. dispone de una cantidad ilimitada de conservantes para añadir a sus salsas.

Para conseguir su producción TOMATU S.A. incurre en unos costes unitarios para el tomate frito de de 1 euro cuando empleamos la máquina 1 y 0,75 euros cuando empleamos la máquina II; 0,5 euros para el tomate natural y 2 euros para el tomate triturado.

La empresa comercializa sus productos a un precio de 2,3 euros el “tomate frito”, 1 euro el “tomate natural” y 3 euros el “tomate triturado”.

TOMATU S.A. desea que los ingresos (¡ojo! Ingresos, no beneficios) obtenidos por la venta de “tomate triturado” sean como máximo el doble de los alcanzados con el “tomate frito”.

La empresa destina 0,5 horas de operario a la producción de cada kilogramo de “tomate frito”, 0,4 y 0,6 horas para el “tomate natural” y “triturado” respectivamente, siendo el total de horas disponibles como máximo las utilizadas en el mes anterior. Se sabe que la productividad de la mano de obra del pasado mes fue de 5,4 kilogramos/hora de operario, siendo la producción alcanzada para las tres salsas de 250.000 kilogramos.

Con todos estos datos, plantee el problema que permita a la empresa decidir qué número de unidades debe fabricar de cada tipo de salsa si quiere maximizar sus beneficios.

SOLUCION AL CUARTO PROBLEMA DE SIMPLEX

Maximizar $Z = 1,3X_1 + 1,55X_2 + 0,5X_3 + X_4$

Sujeta a:

$$0,8X_1 \leq 160$$

$$0,7X_2 + 0,2X_4 \leq 180$$

$$0,25X_3 \leq 180$$

$$0,5X_1 + 0,5X_2 + 0,4X_3 + 0,6X_4 \leq 46.296,3$$

$$3 X_4 \leq 2 (2,3X_1 + 2,3 X_2)$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

Donde:

X_1 = Número de kilogramos de tomate frito realizados con la máquina A.

X_2 = Número de kilogramos de tomate frito realizados con la máquina B.

X_3 = Número de kilogramos de tomate natural realizados con la máquina C.

X_4 = Número de kilogramos de tomate triturado realizados con la máquina B.

H_1 = Número de horas no trabajadas este mes por la máquina A.

H_2 = Número de horas no trabajadas este mes por la máquina B.

H_3 = Número de horas no trabajadas este mes por la máquina C.

H_4 = Número de horas no trabajadas este mes por los operarios.

H5 = Cantidad de euros en que se tendría que incrementar el ingreso real obtenido por la venta de tomate triturado para que dicho ingreso fuese doble al obtenido por la venta de tomate frito.

El cálculo de las horas de operario utilizadas el mes anterior se efectúa aplicando la fórmula de productividad del año 0, donde habrá que despejar la variable Recursos₀:

$$P_0 = \text{Producción}_0 / \text{Recursos}_0$$

$$5,4 = 250.000 / \text{Recursos}_0 \quad \text{por lo que } \text{Recursos}_0 = 46.296,29 \text{ horas de operario.}$$

Se introducen las variables de holgura:

$$\text{Maximizar } Z = 1,3X_1 + 1,55X_2 + 0,5X_3 + 1X_4 + 0H_1 + 0H_2 + 0H_3 + 0H_4 + 0H_5$$

Sujeta a:

$$\begin{array}{rcll} 0,8X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 0X_4 + H_1 & = & & = 160,0 \\ 0X_1 + 0,7X_2 + 0X_3 + 0,2X_4 + H_2 & = & & = 180,0 \\ 0X_1 + 0X_2 + 0,25X_3 + 0X_4 + H_3 & = & & = 180,0 \\ 0,5X_1 + 0,5X_2 + 0,4X_3 + 0,6X_4 + H_4 & = & & = 46.296,3 \\ -4,6X_1 + -4,6X_2 + 0X_3 + 3X_4 + H_5 & = & & = 0,0 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, H_1, H_2, H_3, H_4, H_5 & \geq & & = 0,0 \end{array}$$

El resultado final será:

- Se fabricarán 200 kilogramos de tomate frito con la máquina A.
- Se elaborarán 117,9 kilogramos de tomate frito con la máquina B.
- Se realizarán 720 kilogramos de tomate natural con la máquina C.
- Se producirán 487,4 kilogramos de tomate triturado con la máquina B.
- Existirán 45.556,9 horas no trabajadas este mes por los operarios.
- Se obtendrá un beneficio de 1.290,1 euros.

Quinto problema de SIMPLEX (incluye un modelo de Wilson).

La empresa de material deportivo ADIMAS es la encargada de confeccionar las camisetas que este año lucirán los equipos del R. Madrid, del F.C. Barcelona y del Atlético de Madrid. Para fabricar las camisetas de dichos equipos la empresa dispone de 3 máquinas:

- La máquina A puede confeccionar todo tipo de camisetas sean del equipo que sean.
- La máquina B sólo puede fabricar las equipaciones del R. Madrid y del F. C. Barcelona.
- La máquina C es válida únicamente para elaborar las prendas del R. Madrid.

Se sabe que la máquina A sólo puede trabajar durante 2.400 horas al año. Igual ocurre con las máquinas B y C. La máquina A tarda 1, 2 y 3 minutos en fabricar una camiseta del R. Madrid, del F.C. Barcelona y del Atlético de Madrid, respectivamente. La máquina B precisa 2 y 3 minutos para elaborar una prenda del R. Madrid y del F.C.

Barcelona, respectivamente. Finalmente, la máquina C realiza cada camiseta del R. Madrid en 3 minutos.

ADIMAS suministra las camisetas del R. Madrid y del F. C. Barcelona a 6.500 ptas/unidad. Las del Atlético de Madrid las vende a 6.000 ptas. Los responsables de esta entidad, basándose en la experiencia de años anteriores, consideran adecuado fabricar 10.000 camisetas del F. C. Barcelona.

El jefe de producción ha advertido que para fabricar las camisetas del R. Madrid hace falta un nuevo tejido denominado nylon-plus. Cada camiseta del R. Madrid precisa 0,5 kilogramos de nylon-plus si se elabora con la máquina A, 1 kilogramo si se hace con la B y 1,5 kilogramos si utilizamos la máquina C. La cantidad máxima disponible de nylon-plus coincide con el número de kilogramos de dicho componente que un proveedor acaba de suministrarnos. Para determinar el volumen óptimo de pedido que debemos requerir a ese proveedor la empresa ha aplicado un modelo de Wilson. ADIMAS conoce que ese proveedor le suministra cada kilogramo de nylon-plus a 35 ptas. La demanda anual es de 50.000 kilogramos. Por cada pedido realizado ADIMAS incurre en unos gastos administrativos, de transporte y de descarga de 10.000 ptas. El coste de tener un kilogramo de materia prima almacenado durante un año es de 2 ptas, en el que no se incluye el coste financiero de la inmovilización de los recursos. El coste de capital en la empresa ADIMAS es del 10 por ciento.

Por su parte, la Generalitat de Cataluña advierte a la empresa ADIMAS que sólo le concederá nuevas subvenciones si los beneficios procedentes de la venta de camisetas del R. Madrid y/o Atlético de Madrid no supera el 60 por ciento de los beneficios totales de esta empresa. ADIMAS se compromete a cumplir este requisito. El coste de fabricar una camiseta, sea del equipo que sea, con la máquina A es de 3.000 ptas, 2.000 si hablamos de la máquina B y 2.250 si nos referimos a la C.

Con todos estos datos, plantee el problema que permita a la empresa decidir qué número de camisetas de cada equipo debe fabricar si quiere maximizar sus beneficios.

SOLUCION AL QUINTO PROBLEMA DE SIMPLEX

Maximizar $Z = 3500X_1 + 4500X_2 + 4250X_3 + 3500X_4 + 4500X_5 + 3000X_6$

Sujeta a:

$$X_1 + 2X_4 + 3X_6 \leq 144.000$$

$$2X_2 + 3X_5 \leq 144.000$$

$$3X_3 \leq 144.000$$

$$X_4 + X_5 = 10.000$$

$$\begin{aligned}
0,5X_1 + X_2 + 1,5X_3 &\leq 13.483,9 \\
3500X_1 + 4500X_2 + 4250X_3 + 3000X_6 &\leq 0,6 (3500X_1 + 4500x_2+ \\
4250X_3 + 3500X_4 + 4500X_5 + 3000X_6) \\
X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 &\geq 0
\end{aligned}$$

Donde:

- X1 = Número de camisetas del R. Madrid realizadas con la máquina A.
- X2 = Número de camisetas del R. Madrid realizadas con la máquina B.
- X3 = Número de camisetas del R. Madrid realizadas con la máquina C.
- X4 = Número de camisetas del F.C. Barcelona realizadas con la máquina A.
- X5 = Número de camisetas del F.C. Barcelona realizadas con la máquina B.
- X6 = Número de camisetas del Atlético de Madrid realizadas con la máquina A.
- H1 = Número de minutos no trabajados este año por la máquina A.
- H2 = Número de minutos no trabajados este año por la máquina B.
- H3 = Número de minutos no trabajados este año por la máquina C.
- H5 = Número de kilogramos de nylon-plus no consumidos este año.
- H6 = Cantidad de pesetas en que se tendría que incrementar el beneficio real obtenido por la venta de camisetas del R. Madrid y/o Atlético de Madrid para que dicho beneficio fuese igual al 60 por ciento de los beneficios totales de la empresa ADIMAS.

La cantidad máxima disponible de nylon-plus la obtenemos aplicando la fórmula general del modelo de Wilson, es decir, haciendo la raíz cuadrada de $2ED / A + Pi.$, donde $E = 10.000$; $D = 50.000$; $A = 2$; $P = 35$ e $i = 0,1$. El resultado es $Q = 13.483,9$ kilogramos.

Se introducen las variables de holgura:

$$\text{Maximizar } Z = 3500X_1 + 4500X_2 + 4250X_3 + 3500X_4 + 4500X_5 + 3000X_6 + 0H_1 + 0H_2 + 0H_3 + 0H_5 + 0H_6$$

Sujeta a:

$$\begin{aligned}
1X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 2X_4 + 0X_5 + 3X_6 + H_1 &= 144.000 \\
0X_1 + 2X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 3X_5 + 0X_6 + H_2 &= 144.000 \\
0X_1 + 0X_2 + 3X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6 + H_3 &= 144.000 \\
0X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 1X_4 + 1X_5 + 0X_6 &= 10.000 \\
0,5X_1 + 1X_2 + 1,5X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6 + H_5 &= 13.483,9 \\
1.400X_1 + 1.800X_2 + 1.700X_3 - 2100X_4 - 2700X_5 + 1200X_6 + H_6 &= 0 \\
X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, H_1, H_2, H_3, H_5, H_6 &\geq 0
\end{aligned}$$

El resultado final será:

- Se fabricarán 26.967,8 camisetas del R. Madrid con la máquina A.
- Se elaborarán 10.000 camisetas del F.C. Barcelona con la máquina B.
- Se realizarán 6037, 567 camisetas del Atlético de Madrid con la máquina A.
- Existirán 98.919, 5 minutos no trabajados este año por la máquina A.
- Existirán 114.000 minutos no trabajados este año por la máquina B.
- La máquina C no trabajará ni un solo minuto.
- Se obtendrá un beneficio de 157.500.000 pesetas.

Sexto problema de SIMPLEX (incluye dos supuestos: de productividad y de VAN).

La empresa Music S.A. se dispone a sacar 2 discos al mercado. A saber:

- “*Their greatest hits. The record*” de Bee Gees.
- “*Dile al sol*” de La Oreja de Van Gogh.

Dichos discos se venderán tanto en España como en Portugal a un precio de 15 euros el de Bee Gees en formato CD, o de 12 euros en formato cassette. Por su parte el de La Oreja de Van Gogh se comercializará a 18 y 15 euros en CD o cassette, respectivamente.

Un estudio de mercado sobre los gustos de la población española y portuguesa refleja que el número de fans de La Oreja de Van Gogh son $\frac{2}{3}$ el número de fans de los Bee Gees y que, asimismo, los CDs se comercializan 4 veces más que los cassettes. En base a ello la empresa Music fabricará 4 veces más CDs que cassettes y un número de CDs y cassettes de La Oreja de Van Gogh que supongan $\frac{2}{3}$ veces los de Bee Gees.

Supongamos que, por razones diversas, la suma del número de cassettes de Bee Gees más el número de CDs de La Oreja de Van Gogh que elaboremos deba ser igual a 80 unidades y que, asimismo, la suma del número de CDs de Bee Gees y de cassettes de La Oreja de Van Gogh deba ser igual a 120.

El precio de fabricar estos artículos es el siguiente:

- a) Cada CD de Bee Gees cuesta lo mismo que la Tasa de Productividad Global en el año 1 (TPG_1), siendo la productividad en el año 0 (P_0) = 2 y el Índice de Productividad Global en el año 1 (IPG_1) = 7. El resultado que nos dé pensemos que son euros y céntimos de euro. Cada CD de La Oreja de Van Gogh cuesta un 25 por ciento más que el CD de Bee Gees.
- b) Cada cassette de Bee Gees cuesta lo mismo que el Valor Actual Neto de la cadena de renovación de la inversión c ($VANC_c$), siendo el $VAN_c = 2$, $n = 2$ e $i = 20$ por ciento. El resultado que nos dé pensemos que son euros y céntimos de euro. Cada cassette de La Oreja de Van Gogh cuesta un 25 por ciento más que la cassette de Bee Gees.

Con estas indicaciones, señálese qué cantidad de cada uno de estos artículos debe fabricar la empresa Music S.A. para maximizar sus beneficios.

SOLUCION AL SEXTO PROBLEMA DE SIMPLEX

Maximizar $Z = 9X_1 + 5,46X_2 + 10,5X_3 + 6,82X_4$

Sujeta a:

$$X_1 + X_3 = 4(X_2 + X_4)$$

$$X_3 + X_4 = \frac{2}{3}(X_1 + X_2)$$

$$X_2 + X_3 = 80$$

$$X_1 + X_4 = 120$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

Donde:

X_1 = Número de discos de Bee Gees en formato CD.

X_2 = Número de discos de Bee Gees en formato cassette.

X_3 = Número de discos de La Oreja de Van Gogh en formato CD.

X_4 = Número de discos de La Oreja de Van Gogh en formato cassette.

El precio de coste de los CDs de Bee Gees será igual a:

$$TPG_1 = IPG_1 - 1, \text{ es decir, } TPG_1 = 7 - 1 = 6 \text{ euros.}$$

El precio de coste de los CDs de La Oreja de Van Gogh será igual a:

$$6 \times 1,25 = 7,5 \text{ euros.}$$

El precio de coste de los cassettes de Bee Gees (aplicando simplemente la fórmula del VANC que dimos en teoría), será igual a:

$$VANC_c = 6,54 \text{ euros.}$$

El precio de coste de los cassettes de La Oreja de Van Gogh será igual a:

$$6,54 \times 1,25 = 8,18 \text{ euros.}$$

En este ejercicio no se introducen variables de holgura al ser igualdades las restricciones iniciales.

El resultado final será:

Se fabricarán 100 discos de Bee Gees en formato CD.

Se elaborarán 20 discos de Bee Gees en formato cassette.

Se realizarán 60 discos de La Oreja de Van Gogh en formato CD.

Se producirán 20 discos de La Oreja de Van Gogh en formato cassette.

Se obtendrá un beneficio de 1.775,6 euros.

Séptimo problema de SIMPLEX (incluye un supuesto de VAN).

La empresa Idiomas S.A. es una compañía dedicada a la enseñanza de idiomas mediante la publicación de fascículos. Actualmente se dispone a sacar a la venta un *curso de inglés*. Cada fascículo irá acompañado o bien de una cassette o bien de un CD. Evidentemente el precio de venta diferirá según la grabación vaya en uno u otro soporte. En concreto cada fascículo con cassette –distribuido en librerías–, supone para la empresa un ingreso de 9 euros; siendo de 11 si lo que incluye es un CD. Idiomas S.A. permite asimismo que el cliente pueda suscribirse a dicha colección. En tal caso la Editorial enviará todas las semanas al coleccionista un fascículo por correo. La suscripción permitirá al cliente ahorrarse un 10 por ciento respecto a los precios estipulados anteriormente.

Para elaborar dicho producto la empresa utiliza las máquinas A, B y C. La primera de ellas se utiliza exclusivamente para hacer los fascículos. Cada uno de esos fascículos consume 1 minuto/máquina. La B se emplea para elaborar las cassettes a razón de 2 minutos/pieza. Finalmente la máquina C hace cada 3 minutos un CD.

El número de minutos que pueden trabajar semanalmente las máquinas A y B coincide con el $VANC_D$, suponiendo que su vida es ilimitada. En el caso de la máquina C su capacidad semanal se hace coincidir con el $VANC_F$, siendo también su vida ilimitada. El equipo industrial D cuesta 129.500 euros, y genera un flujo anual neto de caja durante los 4 años que dura de 35.000 euros. Por su parte la máquina F vale 182.500 euros, y reporta un flujo neto de caja de 40.000 euros durante cada uno de los 5 años que está en funcionamiento. Se sabe que $i = 3$ por ciento.

Cada fascículo con cassette supone un coste de 2 euros, siendo de 2,40 euros si incluye un CD.

La empresa desea conocer qué número de fascículos con cassette y con CD debe fabricar la próxima semana de manera que se maximicen sus beneficios.

Si en la restricción de la máquina A saliese una variable de holgura $h_1 = 1.013,3$ ¿qué significaría?

SOLUCION AL SEPTIMO PROBLEMA DE SIMPLEX

$$\text{Maximizar } Z = 7X_1 + 8,6X_2 + 6,1X_3 + 7,5X_4$$

Sujeta a:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 5.366,50$$

$$2X_1 + 2X_3 \leq 5.366,50$$

$$3X_2 + 3X_4 \leq 5.009,85$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

Donde:

X_1 = Número de fascículos con cassette para vender en librerías.

X_2 = Número de fascículos con CD para vender en librerías.

X_3 = Número de fascículos con cassette para vender mediante suscripción.

X_4 = Número de fascículos con CD para vender mediante suscripción.

H_1 = Número de minutos no trabajados esta semana por la máquina A.

H_2 = Número de minutos no trabajados esta semana por la máquina B.

H_3 = Número de minutos no trabajados esta semana por la máquina C.

Para calcular el número de minutos que puede trabajar cada máquina hemos realizado un pequeño ejercicio de VAN, obteniendo los siguientes resultados:

$$VAN_D = 598,4 \text{ euros.}$$

$$VAN_{CD} = 5.366,5 \text{ euros.}$$

$$VAN_F = 688,3 \text{ euros.}$$

$$VAN_{CF} = 5.009,85 \text{ euros.}$$

Se introducen las variables de holgura:

$$\text{Maximizar } Z = 7X_1 + 8,6X_2 + 6,1X_3 + 7,5X_4 + 0H_1 + 0H_2 + 0H_3$$

Sujeta a:

$$1X_1 + 1X_2 + 1X_3 + 1X_4 + H_1 = 5.366,50$$

$$2X_1 + 0X_2 + 2X_3 + 0X_4 + H_2 = 5.366,50$$

$$0X_1 + 3X_2 + 0X_3 + 3X_4 + H_3 = 5.009,85$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, H_1, H_2, H_3 \geq 0,00$$

El resultado final será:

Se fabricarán 2.683,25 fascículos con cassette para vender en librerías.

Se elaborarán 1.669,95 fascículos con CD para vender en librerías.

Existirán 1.013,3 minutos no trabajados esta semana por la máquina A.

Se obtendrá un beneficio de 33.144,32 euros.

Octavo problema de SIMPLEX (incluye un supuesto de productividad).

La empresa Aventuras S.A. quiere reeditar semanalmente tres colecciones de tebeos de gran fama en su día: “*El guerrero del antifaz*”, “*El capitán trueno*” y “*El corsario de hierro*”.

Para hacer estos tebeos utilizará 3 máquinas. La primera de ellas necesita 1 minuto para hacer un ejemplar del *corsario*; 1 minuto para cada cómic del *guerrero*, y 2 minutos para cada aventura del *capitán*. La segunda máquina hace tebeos del *guerrero* y del *capitán* en 2 y 3 minutos respectivamente. Finalmente la tercera máquina tarda 3 minutos para cada ejemplar del *corsario*, y 1 minuto para cada número del *capitán*.

La primera máquina puede trabajar exactamente el mismo número de horas semanales que lo que nos ha dado la productividad en el año 1. La productividad en el año 0 nos dio 4, y la Tasa de Productividad Global del año 1 asciende a 30. La segunda máquina puede trabajar 56 horas a la semana, y la tercera máquina puede trabajar ininterrumpidamente durante toda la semana.

Los tebeos de cualquier colección se venden a 3 euros el ejemplar.

Aventuras S.A. se ha marcado como objetivo que la cifra de tebeos que editará semanalmente de “*El guerrero del antifaz*” será, como máximo, el doble de la tirada de “*El corsario de hierro*”.

Fabricar un cómic de cualquier héroe con la primera máquina cuesta 1 euro. Este importe asciende a 1,5 y 1,25 euros si utilizamos la segunda y tercera máquina respectivamente.

Para elaborar un tebeo del *capitán* necesitamos 150 gramos del componente X, independientemente de cual sea la máquina utilizada. Esta proporción asciende a 160 y 180 gramos para cada ejemplar del *guerrero* y del *corsario* respectivamente. Disponemos de una cuantía ilimitada de dicha materia prima.

Para fomentar la lectura de estos tres tipos de tebeos, Aventuras S.A. regalará semanalmente a los colegios públicos el 0,5 por ciento de todos los ejemplares que edite de cada uno de sus héroes.

Determinar el número de tebeos a fabricar semanalmente para maximizar beneficios.

SOLUCION AL OCTAVO PROBLEMA DE SIMPLEX

Maximizar $Z = 1,985X_1 + 1,485X_2 + 1,985X_3 + 1,485X_4 + 1,735X_5 + 1,985X_6 + 1,735X_7$

Sujeta a:

$$X_1 + 2X_3 + X_6 + X_7 \leq 7.440$$

$$2X_2 + 3X_4 \leq 3.360$$

$$X_5 + 3X_7 \leq 10.080$$

$$X_1 + X_2 \leq 2X_6 + 2X_7$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7 \geq 0$$

Donde:

X_1 = Número de tebeos de *El guerrero del antifaz* realizados con la máquina 1.

X_2 = Número de tebeos de *El guerrero del antifaz* realizados con la máquina 2.

X_3 = Número de tebeos de *El capitán trueno* realizados con la máquina 1.

X_4 = Número de tebeos de *El capitán trueno* realizados con la máquina 2.

X_5 = Número de tebeos de *El capitán trueno* realizados con la máquina 3.

X_6 = Número de tebeos de *El corsario de hierro* realizados con la máquina 1.

X_7 = Número de tebeos de *El corsario de hierro* realizados con la máquina 3.

H_1 = Número de minutos no trabajados esta semana por la máquina 1.

H_2 = Número de minutos no trabajados esta semana por la máquina 2.

H_3 = Número de minutos no trabajados esta semana por la máquina 3.

H_4 = Número de tebeos de *El guerrero del Antifaz* que habría que editar sobre los realmente elaborados para que dicha cifra fuese igual al doble de los editados para *El Corsario de Hierro*.

El número de minutos que puede trabajar la máquina 1 será igual a:

$$TPG_1 = (P_1 / P_0) - 1 . \text{ Sustituyendo valores obtenemos que } P_0 = 124 \text{ horas o } 7.440 \text{ minutos.}$$

Se introducen las variables de holgura:

Maximizar $Z = 1,985X_1 + 1,485X_2 + 1,985X_3 + 1,485X_4 + 1,735X_5 + 1,985X_6 + 1,735X_7 + 0H_1 + 0H_2 + 0H_3 + 0H_4$

Sujeta a:

$$1X_1 + 0X_2 + 2X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 1X_6 + 0X_7 + H_1 = 7.440$$

$$0X_1 + 2X_2 + 0X_3 + 3X_4 + 0X_5 + 0X_6 + 0X_7 + H_2 = 3.360$$

$$0X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 1X_5 + 0X_6 + 3X_7 + H_3 = 10.080$$

$$1X_1 + 1X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5 + -2X_6 + -2X_7 + H_4 = 0$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, H_1, H_2, H_3, H_4 \geq 0$$

El resultado final será:

Se fabricarán 10.080 tebeos de *El capitán trueno* con la máquina 3.

Existirán 7.440 minutos no trabajados esta semana por la máquina 1.

Existirán 3.360 minutos no trabajados esta semana por la máquina 2.

Se obtendrá un beneficio de 17.488,8 euros.

Noveno problema de SIMPLEX (incluye un modelo de Wilson).

La empresa Redimes S.A., que acaba de constituirse, va a dedicarse a la fabricación de 3 tipos de productos: X1 X2 y X3

Para ello ha comprado dos máquinas: la máquina A (que puede fabricar el producto X1 y X3) y la máquina B (válida para elaborar los productos X2 y X3).

X1 será vendido en el mercado a 4 euros; X2 será vendido a 2 euros y X3 a 1 euro.

Los productos X1 y X3 se elaboran con seda. De dicha materia prima (la seda) el producto X1 consume 3 kilogramos por unidad fabricada; en tanto el producto X3 requiere 4 kilogramos de seda por unidad producida, tanto si utilizamos para su fabricación la máquina A, como si empleamos la máquina B.

La cantidad máxima disponible de seda en esta quincena coincide con el número de kilogramos de dicha materia prima que un proveedor nos ha suministrada esta misma mañana. Para determinar el volumen óptimo de pedido que debíamos requerir de nuestro proveedor hemos aplicado un modelo de Wilson: sabemos que el precio unitario al que nuestro proveedor nos vende la seda es de 15 céntimos de euro. La demanda anual es de 155.000 kilogramos. Por cada pedido realizado nuestra empresa incurre en unos gastos administrativos, de transporte y de descarga de 60,10 euros. El coste de tener un kilogramo de esta materia prima almacenada durante un año es de 1 céntimo de euro, en el que ya se incluye el coste financiero de la inmovilización de los recursos.

El producto X2 se elabora con la materia prima Y, de la cual disponemos en cuantía ilimitada.

Por otra parte, Redimes S.A. desea que la cantidad producida de X1 no supere la cantidad producida de X3, y que como máximo el 60 por ciento de los beneficios de la empresa procedan del producto X3.

El coste de fabricar el producto X1 es de 1,5 euros; 0,5 euros fabricar X2 y 0,4 ó 0,3 euros elaborar X3, según utilicemos la máquina A o B respectivamente.

Teniendo en cuenta todos estos datos, se pide plantear el problema que permite a Redimes S.A. decidir el número de productos X1, X2 y X3 a fabricar en esta quincena para obtener el máximo beneficio.

SOLUCION AL NOVENO PROBLEMA DE SIMPLEX

Maximizar $Z = 2,5X_1 + 1,5X_2 + 0,6X_3 + 0,7X_4$

Sujeta a:

$$3X_1 + 4X_3 + 4X_4 \leq 43.163,64$$

$$X_1 \leq (X_3 + X_4)$$

$$0,6X_3 + 0,7X_4 \leq 0,6 (2,5X_1 + 1,5X_2 + 0,6X_3 + 0,7X_4)$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

Donde:

X_1 = Número de productos X_1 elaborados con la máquina A.

X_2 = Número de productos X_2 elaborados con la máquina B.

X_3 = Número de productos X_3 elaborados con la máquina A.

X_4 = Número de productos X_3 elaborados con la máquina B.

H_1 = Número de kilogramos de seda no consumidos esta quincena.

H_2 = Número de productos X_1 que habría que fabricar por encima de los realmente elaborados para que dicha cifra fuese igual a la de productos X_3 fabricados.

H_3 = Cantidad de euros en que se tendría que incrementar el beneficio real obtenido por la venta de productos X_3 para que dicho beneficio fuese igual al 60 por ciento de los beneficios totales de la empresa Redimes S.A..

La cantidad máxima disponible de seda la obtenemos aplicando la fórmula general del modelo de Wilson, es decir, haciendo la raíz cuadrada de $2ED / A + P_i$, donde $E = 60,10$; $D = 155.000$; $A + P_i = 0,01$. El resultado es $Q = 43.163,64$ kilogramos.

Se introducen las variables de holgura:

Maximizar $Z = 2,5X_1 + 1,5X_2 + 0,6X_3 + 0,7X_4 + 0H_1 + 0H_2 + 0H_3$

Sujeta a:

$$3X_1 + 0X_2 + 4X_3 + 4X_4 + H_1 = 43.163,64$$

$$1X_1 + 0X_2 + -1X_3 + -1X_4 + H_2 = 0,00$$

$$-1,5X_1 + -0,9X_2 + 0,24X_3 + 0,28X_4 + H_3 = 0,00$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, H_1, H_2, H_3 \geq 0,00$$

El resultado final será:

Bajo estas condiciones a la empresa no le interesa fabricar nada.

Existirán 43.163,64 kilogramos de seda no utilizados esta quincena.

Décimo problema de SIMPLEX (incluye un supuesto de VAN).

La empresa Manolo Pérez S.A. se dedica a la fabricación de jamones, chorizos y lomos. Para elaborar estos productos dicha compañía adquiere 2 máquinas: la máquina I (que puede fabricar chorizos y lomos), y la máquina II (válida para fabricar jamones y chorizos). Los jamones se venderán 180 euros cada pieza. Los chorizos a 12 euros/unidad y los lomos a 30 euros/pieza.

Para elaborar los jamones y los chorizos utilizamos el conservante E-52. En concreto cada jamón consume medio kilo de dicho conservante, y cada chorizo 50 gramos. Disponemos de una cantidad ilimitada de componente E-52.

Para elaborar un jamón la máquina II debe trabajar 4 minutos. Para fabricar un lomo la máquina I debe funcionar 1 minuto; siendo 0,75 y 0,50 minutos los consumidos respectivamente por las máquinas I y II a la hora de elaborar un chorizo. El número máximo de minutos que puede trabajar la máquina I y II durante esta semana coincide con el $VANC_D$ y con el $VANC_E$ respectivamente.

Dichos VAN de la cadena de renovaciones (VANC) deberán ser calculados suponiendo que nos encontramos ante unas cadenas de renovaciones finitas, es decir, limitadas en el tiempo. La máquina D cuesta 71.000 euros, y genera un flujo neto de caja anual de 41.500 euros. Dura 2 años. Por su parte la máquina E vale 60.000 euros, siendo su flujo de caja neto anual de 20.000 euros. Dura 4 años. El tipo de interés a aplicar es del 10 por ciento.

Nuestra empresa desea que la cantidad producida de chorizos no supere a la suma de jamones y lomos elaborados, y que como máximo el 55 por ciento de los beneficios de esta empresa procedan de la venta de jamones.

El coste de fabricar un jamón es de 100 euros; ascendiendo esta cantidad a 16,5 euros si de lomos hablamos. Elaborar un chorizo cuesta 5 euros con la máquina I y 6 euros con la máquina II.

¿Qué cantidad de jamones, chorizos y lomos deberá fabricar la empresa Manolo Pérez S.A. esta semana para obtener el máximo beneficio?.

SOLUCION AL PROBLEMA DECIMO DE SIMPLEX

Maximizar $Z = 80X_1 + 7X_2 + 6X_3 + 13.5X_4$

Sujeta a:

$$0,75X_2 + X_4 \leq 1.871,73$$

$$\begin{aligned}
4X_1 + 0,5X_3 &\leq 3.397,31 \\
X_2 + X_3 &\leq X_1 + X_4 \\
80X_1 &\leq 0,55 (80X_1 + 7X_2 + 6X_3 + 13,5X_4) \\
X_1, X_2, X_3, X_4 &\geq 0
\end{aligned}$$

Donde:

X_1 = Número de jamones elaborados.

X_2 = Número de chorizos elaborados con la máquina I

X_3 = Número de chorizos elaborados con la máquina II

X_4 = Número de lomos elaborados.

H_1 = Número de minutos no trabajados esta semana por la máquina I

H_2 = Número de minutos no trabajados esta semana por la máquina II

H_3 = Número de chorizos que habría que fabricar por encima de los realmente elaborados para que dicha cifra fuese igual a la suma de jamones y lomos elaborados.

H_4 = Cantidad de euros en que se tendría que incrementar el beneficio real obtenido por la venta de jamones para que dicho beneficio fuese igual al 55 por ciento de los beneficios totales de la empresa Manolo Pérez S.A.

Para calcular el número de minutos que puede trabajar cada máquina hemos realizado un pequeño ejercicio de VAN, obteniendo los siguientes resultados:

$$VAN_{CD} = 1.871,73 \text{ euros.}$$

$$VAN_E = 3.397,31 \text{ euros.}$$

Se introducen las variables de holgura:

$$\text{Maximizar } Z = 80X_1 + 7X_2 + 6X_3 + 13,5X_4 + 0H_1 + 0H_2 + 0H_3 + 0H_4$$

Sujeta a:

$$\begin{aligned}
0X_1 + 0,75X_2 + 0X_3 + 1X_4 + H_1 &= 1.871,73 \\
4X_1 + 0X_2 + 0,5X_3 + 0X_4 + H_2 &= 3.397,31 \\
-1X_1 + 1X_2 + 1X_3 + -1X_4 + H_3 &= 0,00 \\
36X_1 + -3,85X_2 + -3,3X_3 + -7,425X_4 + H_4 &= 0,00 \\
X_1, X_2, X_3, X_4, H_1, H_2, H_3, H_4 &\geq 0,00
\end{aligned}$$

El resultado final será:

Bajo estas condiciones a la empresa no le interesa fabricar nada.

Existirán 1.871,73 minutos no trabajados esta semana por la máquina I.

Existirán 3.397,31 minutos no trabajados esta semana por la máquina II.

Undécimo problema de SIMPLEX (incluye un supuesto de VAN).

La empresa Naturex S.A. se dedica a la venta de aceite de oliva y de girasol tanto en España como en Marruecos. El precio de venta del aceite difiere según lo comercialicemos en un país u otro. Así vender un litro de aceite de oliva en España nos genera un ingreso 2 euros, o de 1,75 euros si lo vendemos en Marruecos. En el caso del aceite de girasol los ingresos serán de 1,5 y 1,25 euros en territorio español y marroquí respectivamente.

Para elaborar dicho producto la empresa utiliza las máquinas A y B. La primera de ellas se usa para elaborar el aceite de oliva. Cada litro de aceite de oliva consume 1 minuto/máquina. La B se emplea sólo para elaborar el aceite de girasol, a razón de 2 minutos/máquina por cada litro. El número de minutos que pueden trabajar mensualmente las máquinas A y B coincide con el $VANC_C$, suponiendo que su vida es ilimitada.

El equipo industrial C cuesta 135.000 euros, y genera un flujo anual neto de caja durante los 5 años que dura de 30.000 euros. Se sabe que $i = 3$ por ciento. Cada litro de aceite de girasol cuesta 0,75 euros, independientemente de la máquina con la que lo elaboremos. Ese coste asciende a 1 euro si de aceite de oliva hablamos.

La empresa desea que los beneficios de la venta de aceite de oliva no sobrepasen el 60 por ciento de los beneficios totales de dicha compañía. Además para obtener subvenciones de la UE, Naturex S.A. debe vender como máximo el 70 por ciento de su aceite de girasol en España.

Con todos estos datos, calcular el número de litros de aceite de uno y otro tipo que deberemos de fabricar el próximo mes de manera que se maximicen sus beneficios.

SOLUCION AL PROBLEMA UNDECIMO DE SIMPLEX

Maximizar $Z = X_1 + 0,75X_2 + 0,75X_3 + 0,5X_4$

Sujeta a:

$$X_1 + X_2 + \leq 17.404,36$$

$$2X_3 + 2X_4 \leq 17.404,36$$

$$X_3 \leq 0,7 (X_3 + X_4)$$

$$X_1 + 0,75X_2 \leq 0,6 (X_1 + 0,75X_2 + 0,75X_3 + 0,5X_4)$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

Donde:

X_1 = Número de litros de aceite de oliva a vender en España

X_2 = Número de litros de aceite de oliva a vender en Marruecos.

X_3 = Número de litros de aceite de girasol a vender en España

X4 = Número de litros de aceite de girasol a vender en Marruecos.

H1 = Número de minutos no trabajados este mes por la máquina A

H2 = Número de minutos no trabajados este mes por la máquina B

H3 = Número de litros de aceite de girasol que deberían venderse en España sobre los realmente vendidos para que dicha cifra fuese igual al 70 por ciento del total de litros de aceite de girasol vendidos por la empresa Naturex S.A.

H4 = Cantidad de euros en que se tendría que incrementar el beneficio real obtenido por la venta de aceite de oliva para que dicho beneficio fuese igual al 60 por ciento de los beneficios totales de la empresa Naturex S.A.

Para calcular el número de minutos que puede trabajar cada máquina hemos realizado un pequeño ejercicio de VAN, obteniendo los siguientes resultados:

$$VAN_C = 2.391,207 \text{ euros.}$$

$$VAN_{C_C} = 17.404,36 \text{ euros.}$$

Se introducen las variables de holgura:

$$\text{Maximizar } Z = 1X_1 + 0,75X_2 + 0,75X_3 + 0,5X_4 + 0H_1 + 0H_2 + 0H_3 + 0H_4$$

Sujeta a:

$$1X_1 + 1X_2 + 0X_3 + 0X_4 + H_1 = 17.404,36$$

$$0X_1 + 0X_2 + 2X_3 + 2X_4 + H_2 = 17.404,36$$

$$0X_1 + 0X_2 + 0,3X_3 + -0,7X_4 + H_3 = 0,00$$

$$0,4X_1 + 0,3X_2 + -0,45X_3 + -0,3X_4 + H_4 = 0,00$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, H_1, H_2, H_3, H_4 \geq 0,00$$

El resultado final será:

Bajo estas condiciones a la empresa no le interesa producir nada.

Existirán 17.404,36 minutos no trabajados este mes por la máquina A.

Existirán 17.404,36 minutos no trabajados este mes por la máquina B.

Duodécimo problema de SIMPLEX (incluye un modelo de Wilson).

La empresa Matusa S.A. quiere dedicarse a la fabricación de 3 tipos de productos: X1, X2 y X3. Para ello dicha compañía opta por adquirir dos máquinas: la máquina A (que puede fabricar el producto X1 y X2), y la máquina B (válida para elaborar los productos X2 y X3). X1 será vendido en el mercado a 4 euros; X2 a 3 euros y X3 a 1,5 euros.

Los productos X1 y X2 se elaboran con acero. El producto X1 consume 1 kilogramo de acero por unidad fabricada; en tanto que el producto X2 requiere 2 kilogramos de dicho componente por unidad producida, tanto si se utiliza para su elaboración la máquina A, como si se emplea la B. La cantidad máxima disponible de

acero en esta quincena coincide con el número de kilogramos de dicho componente que un proveedor suministro a Matusa S.A. esta misma mañana.

Para determinar el volumen óptimo de pedido que se debe requerir al proveedor se decide aplicar un modelo de Wilson. Así se sabe que el coste unitario al que el proveedor vende el acero es de 1,2 euros por kilogramo. La demanda anual es de 130.000 kilogramos. Por cada pedido realizado Matusa S.A. incurre en unos gastos administrativos, de transporte y de descarga de 120 euros. El coste de tener un kilogramo de acero almacenado durante un año es de 0,08 euros, en la que ya se incluye el coste financiero de la inmovilización de los recursos.

El producto X3 se elabora con aluminio, componente del que se dispone en cuantía ilimitada.

Por otra parte, Matusa S.A. desea que la cantidad producida de X1 no supere a la cantidad producida de X2, y que los beneficios de la empresa procedentes del producto X3 sean igual a 100.000 euros.

El coste de fabricar el producto X1 es de 1 euro; 0,75 euros fabricar X3; y 1 y 2 euros elaborar X2, según utilizamos la máquina A o B respectivamente.

Plantéese el problema que permita decidir el número de productos X1, X2 y X3 a fabricar en esta quincena para obtener el máximo beneficio.

SOLUCION AL PROBLEMA DUODÉCIMO DE SIMPLEX

$$\text{Maximizar } Z = 3X_1 + 2X_2 + X_3 + 0,75X_4$$

Sujeta a:

$$X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 19.748,41$$

$$X_1 \leq X_2 + X_3$$

$$0,75X_4 = 100.000$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

Donde:

X1 = Número de productos X1 a fabricar.

X2 = Número de productos X2 a elaborar con la máquina A

X3 = Número de productos X2 a producir con la máquina B.

X4 = Número de productos X3 a realizar.

H1 = Número de kilogramos de acero no consumidos en esta quincena.

H2 = Número de productos X1 que deberían producirse sobre los realmente elaborados para que dicha cifra fuese igual a la cantidad de productos X2 fabricados.

La cantidad máxima disponible de acero la obtenemos aplicando la fórmula general del modelo de Wilson, es decir, haciendo la raíz cuadrada de $2ED / A + P_i$, donde $E = 120$; $D = 130.000$; $A + P_i = 0,08$. El resultado es $Q = 19.748,41$ kilogramos.

Se introducen las variables de holgura:

$$\text{Maximizar } Z = 3X_1 + 2X_2 + 1X_3 + 0,75X_4 + 0H_1 + 0H_2$$

Sujeta a:

$$\begin{array}{rcccccccl} 1X_1 + & 2X_2 + & 2X_3 + & 0X_4 + H_1 & = & 19.748,41 \\ 1X_1 + & -1X_2 + & -1X_3 + & + 0X_4 & + H_2 & = & 0,00 \\ 0X_1 + & 0X_2 + & 0X_3 + & 0,75X_4 & & = & 100.000,00 \\ X_1, & X_2, & X_3, & X_4, & H_1, & H_2 & \geq & 0,00 \end{array}$$

El resultado final será:

Se fabricarán 133.333,33 productos X_4

Existirán 19.748,41 kilogramos de acero no consumidos en esta quincena.

Se obtiene un beneficio total de 100.000 euros.

Décimotercer problema de SIMPLEX (incluye un modelo de Wilson).

La empresa Ilusión S.A., que acaba de constituirse, va a dedicarse a la fabricación de 3 tipos de juguetes: muñecas, motos y coches. Para ello, ha comprado dos máquinas: la máquina A (que puede fabricar muñecas y coches), y la máquina B (válida para elaborar motos y coches). Las muñecas serán vendidas en el mercado a 3 euros/unidad; mientras que las motos y los coches a 1 euro/unidad.

Las muñecas y los coches se elaboran con plástico. De dicha materia prima (el plástico) las muñecas consumen 30 gramos por unidad fabricada; en tanto los coches requieren 20 gramos por unidad producida, tanto si utilizamos para su fabricación la máquina A, como si empleamos la máquina B. La cantidad máxima disponible de plástico en esta quincena coincide con el número de kilogramos de dicha materia prima que un proveedor nos ha suministrado esta misma mañana.

Para determinar el volumen óptimo de pedido que debíamos requerir de nuestro proveedor hemos aplicado un modelo de Wilson: sabemos que el precio al que nuestro proveedor nos vende el plástico es de 10 céntimos de euro/kg. La demanda anual es de 100.000 kilogramos. Por cada pedido realizado nuestra empresa incurre en unos gastos administrativos, de transporte y de descarga de 50,00 euros. El coste de tener un kilogramo de esta materia prima almacenada durante un año es de 15 céntimos de euro, en el que ya se incluye el coste financiero de la inmovilización de los recursos.

Las motos se elaboran con hojalata, material del que se dispone en cuantía ilimitada.

Por otra parte, Ilusión S.A. desea que la cantidad producida de coches no supere a la cantidad elaborada de motos, y que el beneficio procedente de las muñecas sea inferior o igual a 20.000 euros. El coste de fabricar muñecas es de 1,5 euros/unidad; 0,5 euros si de motos hablamos. Por su parte, fabricar coches cuesta 0,2 ó 0,1 euros/unidad, según utilicemos la máquina A o B respectivamente.

Teniendo en cuenta todos estos datos, se pide plantear el problema que permita a Ilusión S.A. decidir el número de muñecas, motos y coches a fabricar en esta quincena para obtener el máximo beneficio.

SOLUCION AL PROBLEMA DECIMOTERCERO DE SIMPLEX

Maximizar $Z = 1,5X1 + 0,5X2 + 0,8X3 + 0,9X4$

Sujeta a:

$$0,03X1 + 0,02X3 + 0,02X4 \leq 8.164,96$$

$$X3 + X4 \leq X2$$

$$1,5X1 \leq 20.000,00$$

$$X1, X2, X3, X4 \geq 0$$

Donde:

X1 = Número de muñecas a fabricar.

X2 = Número de motos a elaborar.

X3 = Número de coches a producir con la máquina A.

X4 = Número de coches a realizar con la máquina B.

H1 = Número de kilogramos de plástico no consumidos en esta quincena.

H2 = Número de coches que deberían fabricarse sobre los realmente elaborados para que dicha cifra fuese igual a la cantidad producida de motos.

H3 = Cantidad de euros en que se tendría que incrementar el beneficio real obtenido por la venta de muñecas para que dicho beneficio fuese igual a 20.000 euros.

La cantidad máxima disponible de plástico la obtenemos aplicando la fórmula general del modelo de Wilson, es decir, haciendo la raíz cuadrada de $2ED / A + Pi$., donde $E = 50$; $D = 100.000$; $A + Pi = 0,15$. El resultado es $Q = 8.164,96$ kilogramos.

Se introducen las variables de holgura:

Maximizar $Z = 1,5X1 + 0,5X2 + 0,8X3 + 0,9X4 + 0H1 + 0H2 + 0H3$

Sujeta a:

$$0,03X1 + 0X2 + 0,02X3 + 0,02X4 + H1 = 8.164,96$$

$$0X1 + -X2 + X3 + X4 + H2 = 0,00$$

$$1,5X1 + 0X2 + 0X3 + 0X4 + H3 = 20.000,00$$

$$X1, X2, X3, X4, H1, H2, H3 \geq 0,00$$

El resultado final será:

Se fabricarán 13.333,33 muñecas
Existirán 7.765 kilogramos de plástico no consumidos en esta quincena.
Se obtiene un beneficio total de 20.000 euros.

Décimocuarto problema de SIMPLEX (incluye un modelo de Wilson).

La empresa Maderas S.A. se dedica a la fabricación de mesas, sillas y estanterías. Para elaborar estos productos dicha compañía utiliza 3 tipos de máquinas: las máquinas A (que pueden fabricar mesas y sillas), las máquinas B (válidas para fabricar mesas y estanterías), y las máquinas C (que elaboran mesas, sillas y estanterías). Las mesas se venderán a 120 euros cada una. Las sillas a 36 euros/unidad y las estanterías a 50 euros/unidad.

Para elaborar una mesa cada máquina A debe trabajar 2 minutos, siendo 1 minuto el tiempo que emplea este tipo de máquina para fabricar una silla. Las máquinas B elaboran mesas y estanterías empleando dos minutos en cada una de ellas. Finalmente las máquinas C emplean 1 minuto tanto para fabricar una mesa, como para elaborar una silla o una estantería.

El número máximo de horas que pueden trabajar las máquinas A y B coincide con el número de kilogramos de madera que un proveedor nos ha suministrado esta mañana. Para determinar el volumen óptimo de pedido que hemos requerido a nuestro proveedor hemos aplicado un modelo de Wilson. Sabemos que el precio unitario al que nuestro proveedor nos ha suministrado la madera es de 2 euros. La demanda anual es de 15.000 kilogramos. Por cada pedido realizado nuestra empresa incurre en unos gastos administrativos, de transporte y de descarga de 200 euros. El coste de tener un kilogramo de madera almacenado durante un año es de 6 euros, en el que ya se incluye el coste financiero de la inmovilización de los recursos.

Por su parte, el número de minutos que pueden trabajar la máquina C coincide con el coste total óptimo de inventario que nos salga una vez que hayamos calculado el volumen óptimo de pedido.

Nuestra empresa desea que la cantidad producida de sillas sea como mínimo un 60 por ciento mayor que la suma de mesas y estanterías que fabriquemos. También quiere que el beneficio procedente de las mesas sea igual o superior a 10.000 euros. El coste de fabricar una silla es de 21 euros. Elaborar una estantería cuesta 30 euros. Construir una mesa cuesta 72, 75 y 78 euros según utilicemos la máquina A, B o C respectivamente.

¿Qué cantidad de mesas, sillas y estanterías deberá fabricar la empresa Maderas S.A. este mes para obtener el máximo beneficio?.

SOLUCION AL PROBLEMA DECIMOCUARTO DE SIMPLEX

Maximizar $Z = 48X_1 + 45X_2 + 42X_3 + 15X_4 + 20X_5$

Sujeta a:

$$\begin{aligned} 2X_1 + X_4 &\leq 60.000 \\ 2X_2 + 2X_5 &\leq 60.000 \\ X_3 + X_4 + X_5 &\leq 36.000 \\ X_4 &\geq 1,6 (X_1 + X_2 + X_3 + X_5) \\ 48X_1 + 45X_2 + 42X_3 &\geq 10.000 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 &\geq 0 \end{aligned}$$

Donde:

- X1 = Número de mesas a fabricar con la máquina A.
- X2 = Número de mesas a producir con la máquina B.
- X3 = Número de mesas a elaborar con la máquina C.
- X4 = Número de sillas a realizar.
- X5 = Número de estanterías a fabricar.
- H1 = Número de minutos no trabajados este mes por la máquina A.
- H2 = Número de minutos no trabajados este mes por la máquina B.
- H3 = Número de minutos no trabajados este mes por la máquina C.
- H4 = Número de sillas que se han producido por encima de 1,6 veces el número de mesas y estanterías fabricadas.
- H5 = Cantidad de euros en que se ha incrementado el beneficio real obtenido por la venta de mesas sobre los 10.000 euros que como mínimo se exigía.
- a4 = No tiene significado económico.
- a5 = No tiene significado económico.

La cantidad máxima disponible de madera la obtenemos aplicando la fórmula general del modelo de Wilson, es decir, haciendo la raíz cuadrada de $2ED / A + P_i$, donde $E = 200$; $D = 15.000$; $A + P_i = 6$. El resultado es $Q = 1.000$ kilogramos (o sea, 1000 horas o 60.000 minutos).

Si calculamos los costes totales obtenemos un valor de $CT = 36.000$ euros.

Se introducen las variables de holgura:

Maximizar $Z = 48X_1 + 45X_2 + 42X_3 + 15X_4 + 20X_5 + 0H_1 + 0H_2 + 0H_3 + 0H_4 + 0H_5 - Ma_4 - Ma_5$

Sujeta a:

$$\begin{aligned} 2X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 1X_4 + 0X_5 + H_1 &= 60.000 \\ 0X_1 + 2X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 2X_5 + H_2 &= 60.000 \\ 0X_1 + 0X_2 + 1X_3 + 1X_4 + 1X_5 + H_3 &= 36.000 \\ -1,6X_1 + -1,6X_2 + -1,6X_3 + 1X_4 + -1,6X_5 -H_4 + a_4 &= 0 \\ 48X_1 + 45X_2 + 42X_3 + 0X_4 + 0X_5 -H_5 + a_5 &= 10.000 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, a_4, a_5 &\geq 0 \end{aligned}$$

El resultado final será:

Se fabricarán 12.500 mesas con la máquina A.

Se producirán 9.375,003 mesas con la máquina B.

Se elaborarán 35.000 sillas.

Existirán 18.750 minutos no trabajados este mes por la máquina B.

Los beneficios obtenidos por la venta de mesas exceden en 1.011.875 euros los 10.000 euros que como mínimo se exigían.

Se obtiene un beneficio total de 1.546.875 euros.

Décimoquinto problema de SIMPLEX (incluye un supuesto de VAN).

La empresa Refresco S.A. se dedica a la fabricación de helados de naranja, de limón y de chocolate. Los helados de naranja y de limón se venden en el mercado a 2 euros cada uno, costando 2,25 euros/unidad los de chocolate.

Para fabricar estos productos los operarios de la empresa tienen que trabajar 0,1; 0,2 y 0,3 minutos por unidad fabricada de helados de naranja, de limón y de chocolate respectivamente. También para elaborar estos productos hay que utilizar azúcar. Concretamente 2 gramos de azúcar por helado fabricado, tanto si el helado es de naranja, como si es de limón o de chocolate.

El número máximo de minutos que pueden trabajar los operarios durante esta quincena coincide con el VAN_{C_C} , siendo el número de kilogramos de azúcar del que disponemos en esta quincena igual al VAN_{C_D} . La máquina C cuesta 150.000 euros y dura 3 años. En cada uno de esos años genera un flujo neto anual de caja de 80.000 euros. La máquina D cuesta 160.000 euros, dura 2 años y genera un flujo anual neto de caja de 100.000 euros. El tipo de interés a aplicar en ambos casos es del 9%. Efectuar los cálculos suponiendo que nos encontramos ante una cadena de renovaciones infinita.

La empresa se marca como objetivo que la cantidad de helado de limón fabricado no debe superar el 40 por ciento de la cantidad de helado de chocolate elaborado. Los helados de naranja y de limón cuestan 1 euro/unidad. Los de chocolate cuestan 1,25 o 1,30 euros/unidad según lleven un envoltorio de papel o de plástico respectivamente.

¿Cuántos helados de cada tipo deberá fabricar la empresa Refresco S.A. en esta quincena para obtener el máximo beneficio?

SOLUCION AL PROBLEMA DECIMOQUINTO DE SIMPLEX

Maximizar $Z = X_1 + X_2 + X_3 + 0,95 X_4$

Sujeta a:

$$0,1X_1 + 0,2X_2 + 0,3X_3 + 0,3X_4 \leq 230.464,29$$

$$0,002X_1 + 0,002X_2 + 0,002X_3 + 0,002X_4 \leq 100.499,74$$

$$X_2 \leq 0,4X_3 + 0,4X_4$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

Donde:

X_1 = Número de helados de naranja fabricados.

X_2 = Número de helados de limón elaborados.

X_3 = Número de helados de chocolate realizados con envoltorios de papel.

X_4 = Número de helados de chocolate efectuados con envoltorios de plástico.

H_1 = Número de minutos no trabajados esta quincena por los operarios.

H_2 = Número de kilogramos de azúcar no consumidos en esta quincena.

H_3 = Número de helados de limón que deberían fabricarse sobre los realmente elaborados para que dicha cifra fuese igual al 40 por ciento de los helados de chocolate producidos en esta quincena.

Para calcular el número de minutos que pueden trabajar los operarios, así como el número de kilogramos de azúcar de que disponemos hemos realizado un pequeño ejercicio de VAN, obteniendo los siguientes resultados:

$$VAN_C = 52.503,573 \text{ euros}$$

$$VAN_{C_C} = 230.464,29 \text{ euros.}$$

$$VAN_D = 15.911,119 \text{ euros}$$

$$VAN_{C_D} = 100.499,74 \text{ euros.}$$

Se introducen las variables de holgura:

$$\text{Maximizar } Z = 1X_1 + 1X_2 + 1X_3 + 0,95 X_4 + 0H_1 + 0H_2 + 0H_3$$

Sujeta a:

$$0,1X_1 + 0,2X_2 + 0,3X_3 + 0,3X_4 + H_1 = 230.464,29$$

$$0,002X_1 + 0,002X_2 + 0,002X_3 + 0,002X_4 + H_2 = 100.499,74$$

$$0X_1 + 1X_2 + -0,4X_3 + -0,4X_4 + H_3 = 0,00$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, H_1, H_2, H_3, H_4 \geq 0,00$$

El resultado final será:

Se fabricarán 2.304.640 helados de naranja.

En esta quincena dejan de consumirse 95.840,72 kilogramos de azúcar.

Se obtendrá un beneficio de 2.304.640 euros.
